

PROBLEMA CON LE FUNZIONI



Luca si dirige a casa del suo amico Pietro con la bicicletta. La distanza tra le case dei due ragazzi è di 2 km.

Illustra con un grafico l'andamento della velocità (y) in funzione del tempo (x).

$XY = 1 \text{ km}$; da qui $Y = 1/x$

Se a metà percorso, Luca raddoppiasse la sua velocità come varierebbe la funzione? E se dimezzasse?

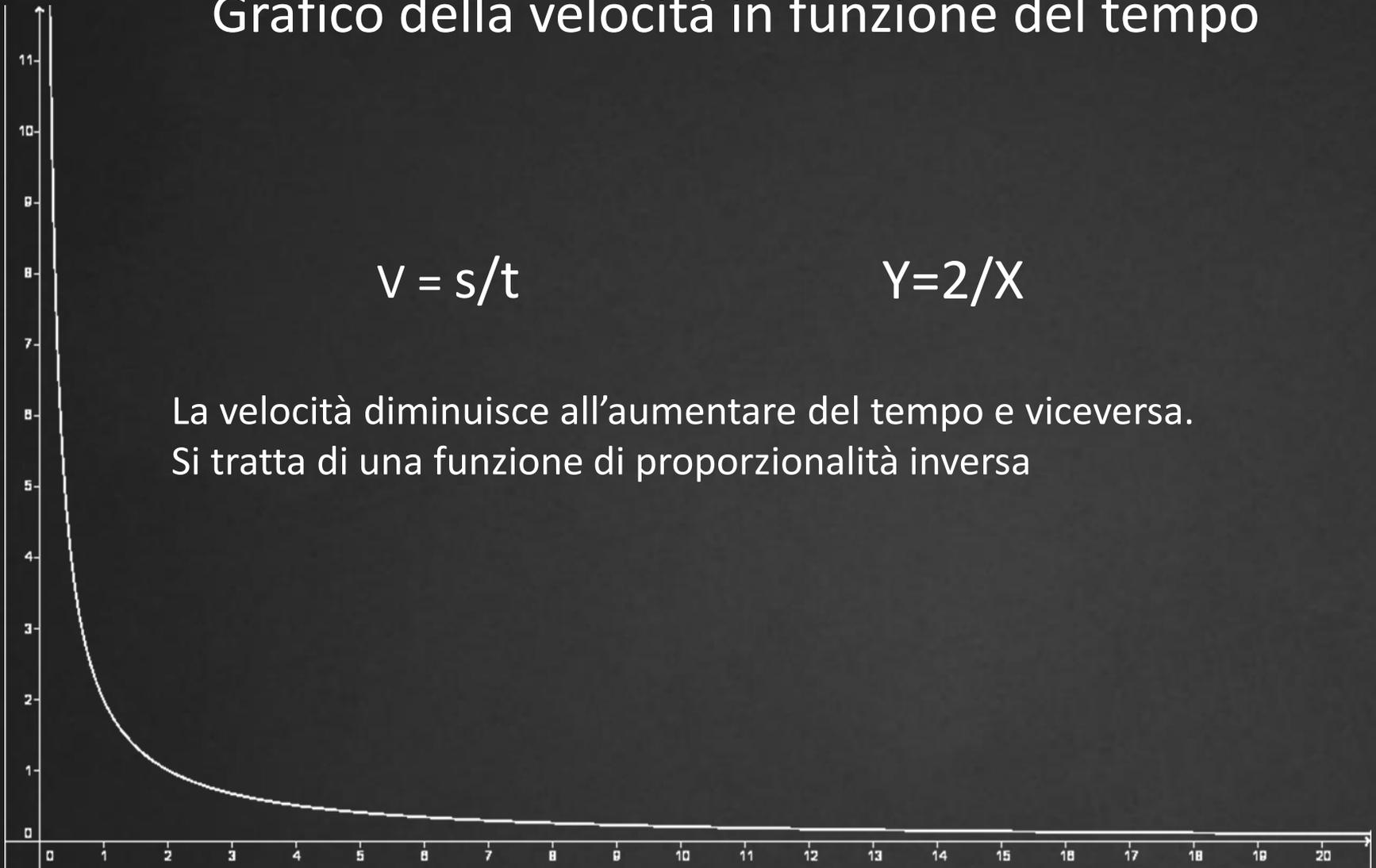


Grafico della velocità in funzione del tempo

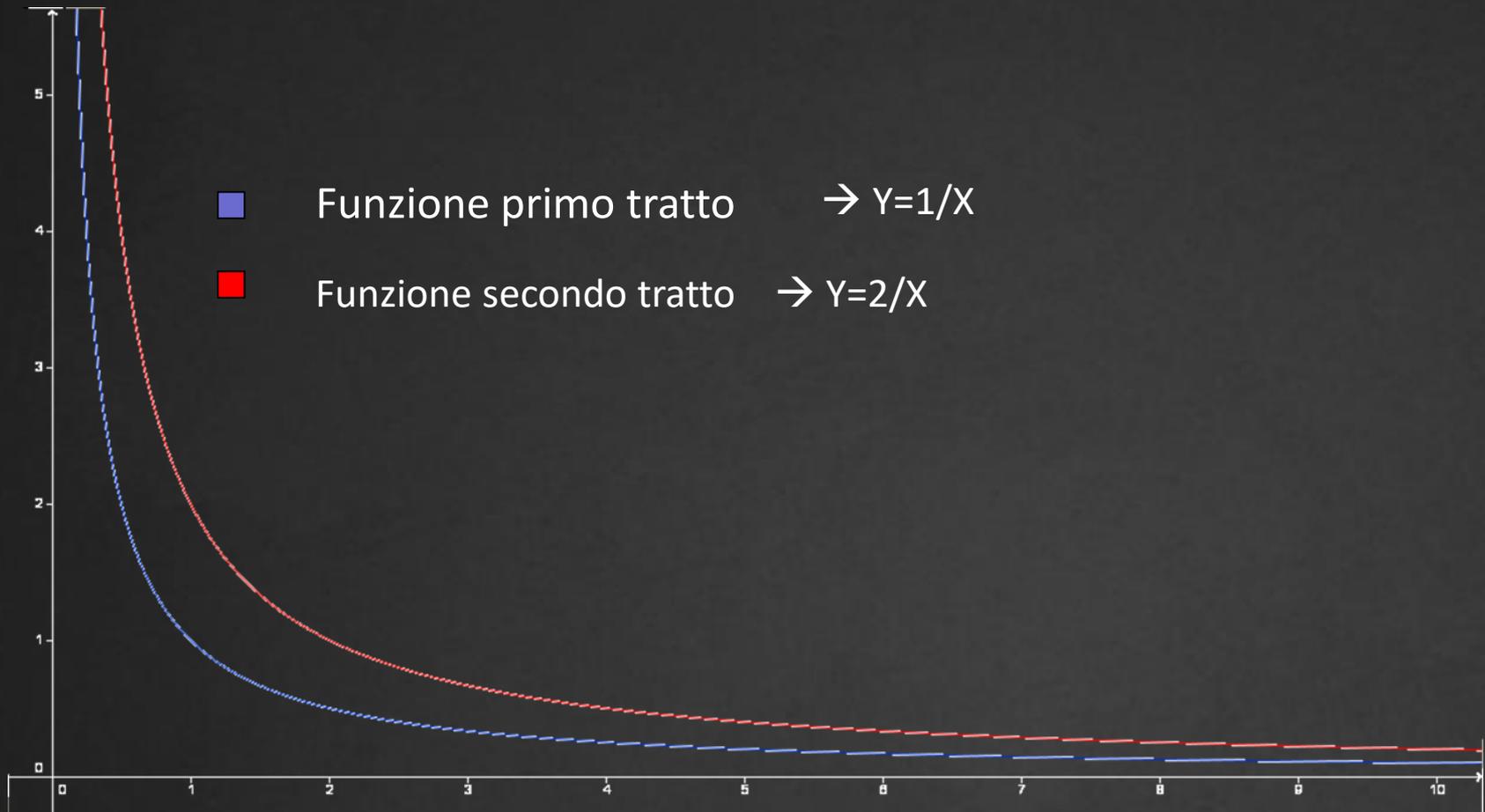
$$v = s/t$$

$$Y=2/X$$

La velocità diminuisce all'aumentare del tempo e viceversa.
Si tratta di una funzione di proporzionalità inversa



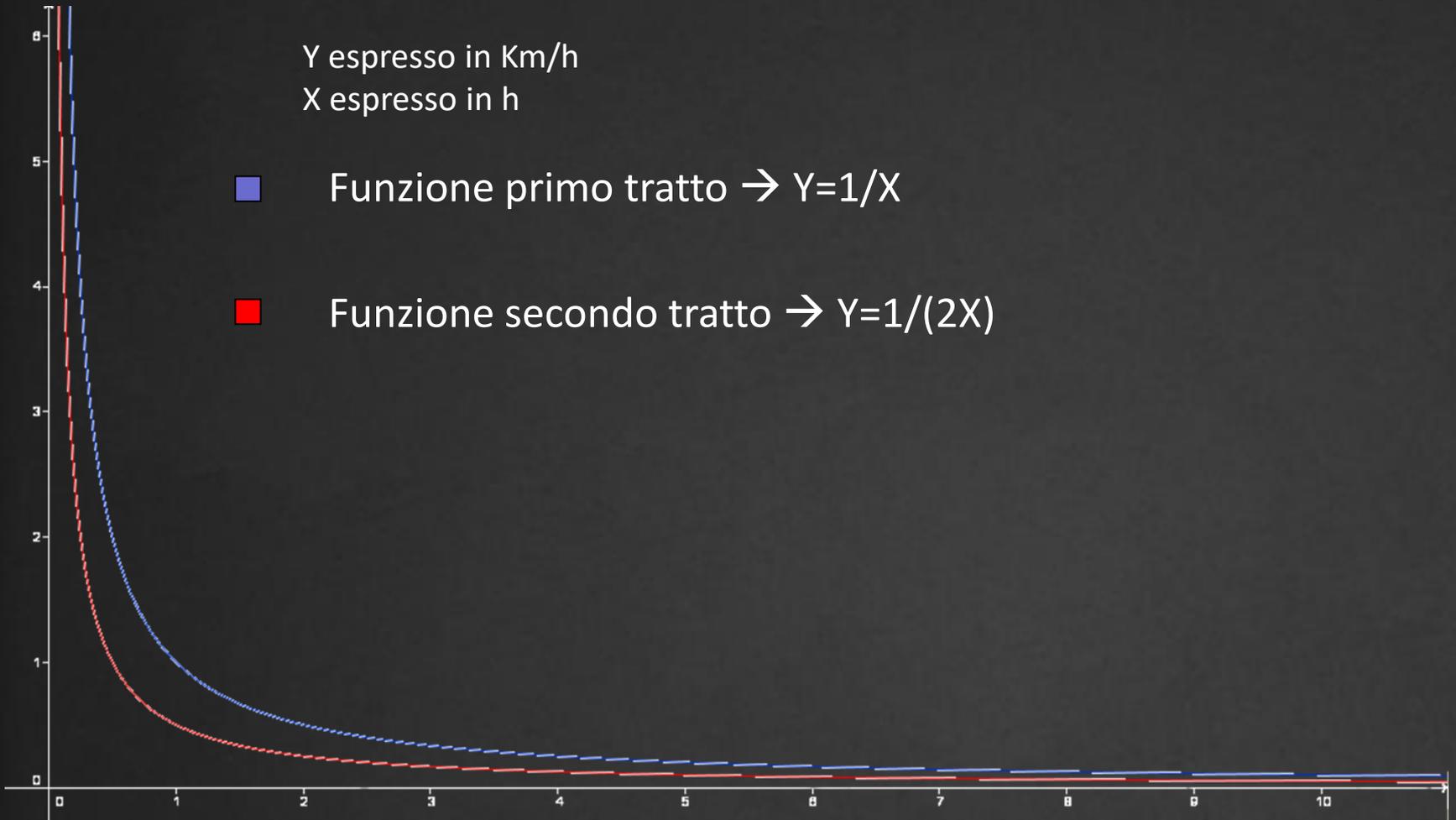
Velocità raddoppiata a metà tragitto



Velocità dimezzata a metà tragitto

Y espresso in Km/h
X espresso in h

- Funzione primo tratto $\rightarrow Y=1/X$
- Funzione secondo tratto $\rightarrow Y=1/(2X)$



1° CASO ESAMINATO (DI VELOCITA' RADDOPPIATA):
VELOCITA' (MEDIA) EQUIVALENTE

Ci domandiamo ora: qual è la velocità costante nei due Km, che equivale al percorso a due velocità che abbiamo ipotizzato?

Se indichiamo con v , la velocità del 1° tratto, allora

$$V. \text{ equiv.} = 1\text{Km} / (t_1 + t_2) = 1\text{Km} / (0,5\text{Km}/v) + (0,5\text{Km}/2v) =$$

$$1\text{Km} / [(2+1)0,5\text{Km}/2v] =$$

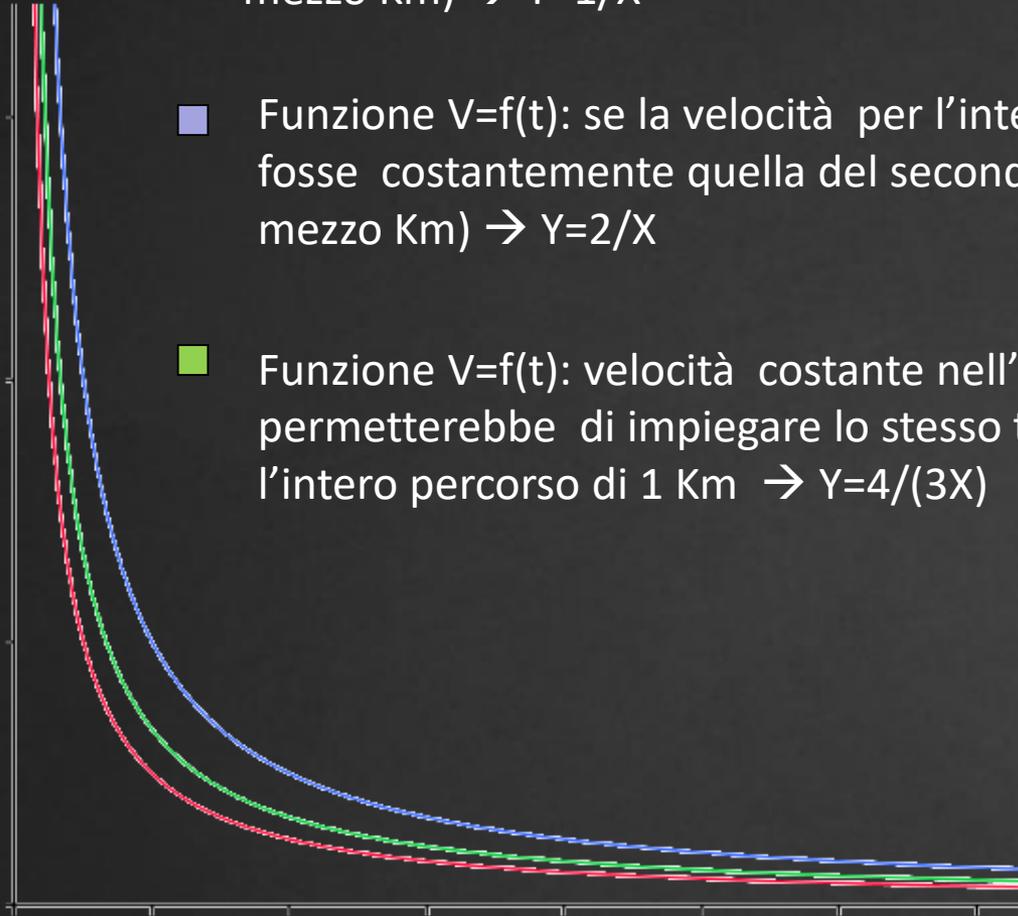
$$4v\text{Km}/3\text{Km} =$$

$$(4/3)v$$

Questa è la **MEDIA ARMONICA** tra le due velocità v , $2v$.

Dal grafico che segue, in verde, si vede che è intermedia tra le due velocità dette, **MA NON E' LA MEDIA ARITMETICA** (che sarebbe esattamente a metà tra le ordinate delle due velocità; l'espressione sarebbe infatti $(3/2)v$, mentre noi abbiamo trovato che la velocità equivalente è $(4/3)v$).

- Funzione $V=f(t)$: se la velocità per l'intero percorso fosse costantemente quella del primo tratto (primo mezzo Km) $\rightarrow Y=1/X$
- Funzione $V=f(t)$: se la velocità per l'intero percorso fosse costantemente quella del secondo tratto (ultimo mezzo Km) $\rightarrow Y=2/X$
- Funzione $V=f(t)$: velocità costante nell'intero percorso, che permetterebbe di impiegare lo stesso tempo per coprire l'intero percorso di 1 Km $\rightarrow Y=4/(3X)$



IN GENERALE, COS'E' LA MEDIA ARMONICA TRA DUE VELOCITA' (o tra due altre grandezze omogenee a, b)?

MEDIA ARMONICA(a,b)= reciproco della media aritmetica dei reciproci di a, b

QUINDI (indicando tale media con H:

$$H(a,b)=1/[(1/a + 1/b)/2]= 1/[(b+a)/2ab]=2ab/(a+b)$$

Nel caso nostro particolare, a=v e b=2v; quindi

$$H(a,b)= \frac{4v^2}{3v} = \frac{4v}{3}$$

Vespasiano Alessandro Ottavi Lorenzo D'Annibale Alessandro